

«УТВЕРЖДАЮ»

Руководитель  
ФГБНУ «Федеральный институт  
педагогических измерений»

О.А. Решетникова

« 27 » октября 2013 г.

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель  
Научно-методического совета  
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

А.Л. Семенов

« 30 » октября 2013 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Демонстрационный вариант**  
контрольных измерительных материалов  
единого государственного экзамена 2014 года  
по математике

Подготовлен Федеральным государственным бюджетным  
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Пояснения к демонстрационному варианту  
контрольных измерительных материалов для ЕГЭ 2014 года  
по МАТЕМАТИКЕ**

Демонстрационный вариант единого государственного экзамена по математике 2014 года разработан по заданию Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать представление о структуре будущих контрольных измерительных материалов, количестве заданий, их форме, уровне сложности. Задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольные измерительные материалы в 2014 году. Структура работы приведена в спецификации, а полный перечень вопросов — в кодификаторах требований и элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2014 года.

Вариант состоит из двух частей и содержит 21 задание.

Часть 1 состоит из 10 заданий (задания В1–В10) с кратким числовым ответом, проверяющих наличие практических математических знаний и умений базового уровня.

Часть 2 содержит 11 заданий по материалу курса математики средней школы, проверяющих базовый и профильный уровни математической подготовки. Из них пять заданий (задания В11–В15) с кратким ответом и шесть заданий (задания С1–С6) с развёрнутым решением.

Правильное решение каждого из заданий В1–В15 оценивается 1 баллом. Правильное решение каждого из заданий С1 и С2 оценивается 2 баллами, С3 и С4 — 3 баллами, С5 и С6 — 4 баллами. Максимальный первичный балл за выполнение всей работы — 33.

Верное выполнение не менее пяти заданий варианта КИМ отвечает минимальному уровню подготовки, подтверждающему освоение выпускником основных общеобразовательных программ общего (полного) среднего образования.

Структура варианта КИМ допускает проведение экзамена как по полному тексту, так и только по части 1 для проверки освоения базового уровня.

К каждому заданию с развёрнутым ответом, включённому в демонстрационный вариант, даётся возможное решение. Приведённые критерии оценивания позволяют составить представление о требованиях к полноте и правильности решений. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов, система оценивания, спецификация и кодификаторы помогут выработать стратегию подготовки к ЕГЭ по математике.

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов  
для проведения в 2014 году единого государственного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Часть 1**

*Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

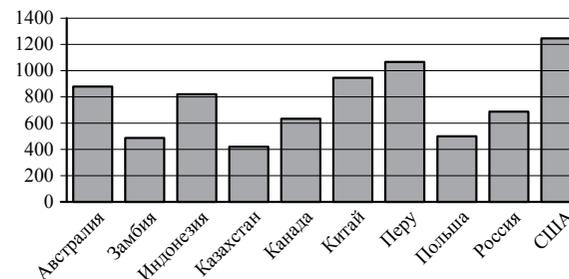
- В1** Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- В2** Футболка стоила 800 рублей. Затем цена была снижена на 15%. Сколько рублей сдачи с 1000 рублей должен получить покупатель при покупке этой футболки после снижения цены?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- В3** На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Канада?



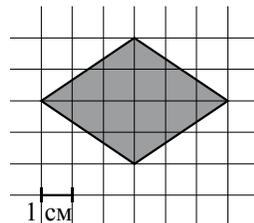
Ответ: \_\_\_\_\_.

**B4** Строительная фирма планирует купить  $70 \text{ м}^3$  пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за $1 \text{ м}^3$ )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия доставки
А	2 600	10 000	Нет
Б	2 800	8 000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная
В	2 700	8 000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B5** Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ .  
 Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**B6** В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

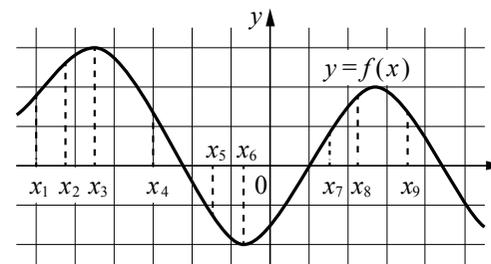
**B7** Найдите корень уравнения  $3^{x-5} = 81$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B8** Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром  $O$ . Найдите угол  $BOC$ , если угол  $BAC$  равен  $32^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

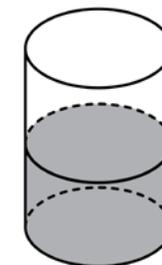
Ответ: \_\_\_\_\_.

**B9** На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**B10** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

## Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**B11** Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

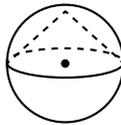
**B12** Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемого сигнала (в МГц),  $f$  — частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту (в МГц) отражённого сигнала, если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B13** Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен  $10\sqrt{2}$ . Найдите образующую конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**B14** Весной катер идёт против течения реки в  $1\frac{2}{3}$  раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в  $1\frac{1}{2}$  раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**B15** Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x+4)^2 + 2x + 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .

**C2** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра:  $AB = 3$ ,  $AD = 2$ ,  $AA_1 = 5$ . Точка  $O$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении 2:3, считая от вершины  $B$ . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $O$  и  $C_1$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{3-x} \frac{x+4}{(x-3)^2} \geq -2, \\ x^3 + 6x^2 + \frac{21x^2 + 3x - 12}{x-4} \leq 3. \end{cases}$$

**C4** Две окружности касаются внешним образом в точке  $K$ . Прямая  $AB$  касается первой окружности в точке  $A$ , а второй — в точке  $B$ . Прямая  $BK$  пересекает первую окружность в точке  $D$ , прямая  $AK$  пересекает вторую окружность в точке  $C$ .

а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.

б) Найдите площадь треугольника  $AKB$ , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции  $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$  больше 1.

**C6** На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно  $-3$ , среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно  $-8$ .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

**Система оценивания****Ответы к заданиям В1–В15**

Каждое из заданий В1–В15 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

<b>№ задания</b>	<b>Ответ</b>
В1	8
В2	320
В3	7
В4	192 000
В5	12
В6	0,92
В7	9
В8	64
В9	3
В10	4
В11	-0,8
В12	751
В13	20
В14	5
В15	-5

**Решения и критерии оценивания заданий С1–С6**

Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий С1–С6, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное число баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации.

**C1**

а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .

**Решение.**

а) Преобразуем обе части уравнения:

$$1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x; 2\sin^2 x - \sin x = 0; \sin x(2\sin x - 1) = 0,$$

откуда  $\sin x = 0$  или  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

Из уравнения  $\sin x = 0$  находим:  $x = \pi n$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ .

Из уравнения  $\sin x = \frac{1}{2}$  находим:  $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ .

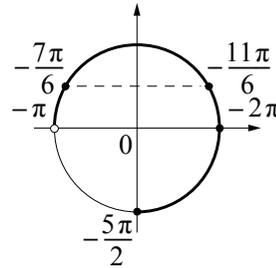
б) С помощью числовой окружности отберём корни уравнения, принадлежащие промежутку

$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .

Получаем числа:  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .

**Ответ:** а)  $\pi n, n \in \mathbb{Z}; (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

б)  $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}$ .



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C2**

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра:  $AB = 3, AD = 2, AA_1 = 5$ . Точка  $O$  принадлежит ребру  $BB_1$  и делит его в отношении  $2:3$ , считая от вершины  $B$ . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $A, O$  и  $C_1$ .

**Решение.** Сечение плоскостью  $AOC_1$  пересекает ребро  $DD_1$  в точке  $P$ . Отрезок  $AP$  параллелен отрезку  $C_1O$ , отрезок  $C_1P$  параллелен отрезку  $AO$ . Следовательно, искомое сечение — параллелограмм  $AOC_1P$  (рис. 1).

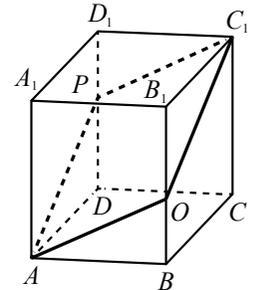


Рис. 1

$$BO = \frac{2}{5} BB_1 = 2, B_1O = 3.$$

$$C_1O = \sqrt{C_1B_1^2 + B_1O^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13};$$

$$AO = \sqrt{AB^2 + BO^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}.$$

Значит,  $AOC_1P$  — ромб. Найдём диагонали этого ромба:

$$AC_1 = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC_1^2} = \sqrt{9 + 4 + 25} = \sqrt{38},$$

$$OP = 2\sqrt{AO^2 - \frac{1}{4}AC_1^2} = \sqrt{4 \cdot 13 - 38} = \sqrt{14}.$$

$$\text{Тогда } S_{AOC_1P} = \frac{AC_1 \cdot OP}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{38} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{133}.$$

**Ответ:**  $\sqrt{133}$ .

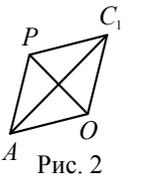


Рис. 2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ ИЛИ решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{3-x} \frac{x+4}{(x-3)^2} \geq -2, \\ x^3 + 6x^2 + \frac{21x^2 + 3x - 12}{x-4} \leq 3. \end{cases}$$

Решение.

1. Решим первое неравенство системы:

$$\log_{3-x} \frac{x+4}{(x-3)^2} \geq -2; \log_{3-x}(x+4) - \log_{3-x}(x-3)^2 \geq -2; \log_{3-x}(x+4) \geq 0.$$

Рассмотрим два случая. Первый случай:  $0 < 3 - x < 1$ .

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x+4) \geq 0, \\ 0 < 3 - x < 1; \end{cases} \begin{cases} 0 < x + 4 \leq 1, \\ 2 < x < 3; \end{cases} \text{ нет решений.}$$

Второй случай:  $3 - x > 1$ .

$$\begin{cases} \log_{3-x}(x+4) \geq 0, \\ 3 - x > 1; \end{cases} \begin{cases} x + 4 \geq 1, \\ x < 2, \end{cases} \text{ откуда } -3 \leq x < 2.$$

Решение первого неравенства исходной системы:  $-3 \leq x < 2$ .

2. Решим второе неравенство системы:

$$x^3 + 6x^2 + \frac{21x^2 + 3x - 12}{x-4} \leq 3; x^3 + 6x^2 + \frac{21x^2}{x-4} \leq 0; \\ \frac{x^4 + 2x^3 - 3x^2}{x-4} \leq 0; \frac{x^2(x-1)(x+3)}{x-4} \leq 0.$$

Решение второго неравенства исходной системы:  $x \leq -3; x = 0; 1 \leq x < 4$ .

3. Решение исходной системы неравенств:  $x = -3; x = 0; 1 \leq x < 2$ .

Ответ:  $-3; 0; [1; 2)$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах исходной системы	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**C4**

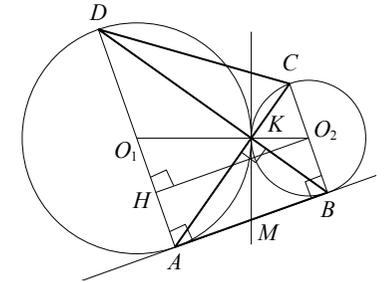
Две окружности касаются внешним образом в точке  $K$ . Прямая  $AB$  касается первой окружности в точке  $A$ , а второй — в точке  $B$ . Прямая  $BK$  пересекает первую окружность в точке  $D$ , прямая  $AK$  пересекает вторую окружность в точке  $C$ .

а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.

б) Найдите площадь треугольника  $AKB$ , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

**Решение.**

а) Обозначим центры окружностей  $O_1$  и  $O_2$  соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке  $K$ , пересекает  $AB$  в точке  $M$ . По свойству касательных, проведённых из одной точки,  $AM = KM$  и  $KM = BM$ . Треугольник  $AKB$ , у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, — прямоугольный.



Вписанный угол  $AKD$  — прямой,

поэтому он опирается на диаметр  $AD$ . Значит,  $AD \perp AB$ . Аналогично получаем, что  $BC \perp AB$ . Следовательно, прямые  $AD$  и  $BC$  параллельны.

б) Пусть, для определенности, первая окружность имеет радиус 4, а радиус второй равен 1.

Треугольники  $BKC$  и  $AKD$  подобны,  $\frac{AD}{BC} = 4$ . Пусть  $S_{BKC} = S$ , тогда  $S_{AKD} = 16S$ .

У треугольников  $AKD$  и  $AKB$  общая высота, следовательно,  $\frac{S_{AKD}}{S_{AKB}} = \frac{DK}{KB} = \frac{AD}{BC}$ , то есть  $S_{AKB} = 4S$ . Аналогично,  $S_{CKD} = 4S$ . Площадь трапеции  $ABCD$  равна  $25S$ .

Вычислим площадь трапеции  $ABCD$ . Проведём к  $AD$  перпендикуляр  $O_2H$ , равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника  $O_2HO_1$ :

$$O_2H = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1H^2} = 4.$$

Тогда

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = 20.$$

Следовательно,  $25S = 20$ , откуда  $S = 0,8$  и  $S_{AKB} = 4S = 3,2$ .

**Ответ:** 3,2.

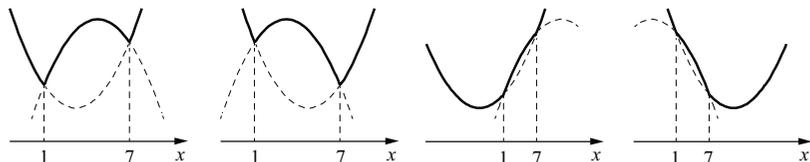
Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$	3
Получен обоснованный ответ в пункте $b$ ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ и при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , ИЛИ при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наименьшее значение функции  $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$  больше 1.

**Решение.** При  $x^2 - 8x + 7 \geq 0$ :  $f(x) = x^2 + 2(a-4)x + 7$ , а её график состоит из двух частей параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии  $x = 4 - a$ .

При  $x^2 - 8x + 7 < 0$ :  $f(x) = -x^2 + 2(a+4)x - 7$ , а её график есть часть параболы с ветвями, направленными вниз.

Все четыре возможных вида графика функции  $f(x)$  показаны на рисунках.



Наименьшее значение функция  $f(x)$  может принять только в точках  $x=1$ ,  $x=7$  или  $x=4-a$ . Поэтому наименьшее значение функции  $f(x)$  больше 1 тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} f(1) > 1, \\ f(7) > 1, \\ f(4-a) > 1; \end{cases} \begin{cases} 2a > 1, \\ 14a > 1, \\ 2a(4-a) + |a^2 - 9| > 1; \end{cases} \begin{cases} a > \frac{1}{2}, \\ 2a^2 - 8a + 1 - |a^2 - 9| < 0. \end{cases}$$

Если  $\frac{1}{2} < a < 3$ , то  $3a^2 - 8a - 8 < 0$ , откуда  $\frac{4 - \sqrt{40}}{3} < a < \frac{4 + \sqrt{40}}{3}$ . Этот промежуток содержит интервал  $\frac{1}{2} < a < 3$ .

Если  $a \geq 3$ , то  $a^2 - 8a + 10 < 0$ , откуда  $4 - \sqrt{6} < a < 4 + \sqrt{6}$ . Значит,  $3 \leq a < 4 + \sqrt{6}$ .

Объединяя найденные промежутки, получаем:  $\frac{1}{2} < a < 4 + \sqrt{6}$ .

**Ответ:**  $\frac{1}{2} < a < 4 + \sqrt{6}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно найдена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

С6

На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно  $-3$ , среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно  $-8$ .

- а) Сколько чисел написано на доске?  
 б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?  
 в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

**Решение.**

Пусть среди написанных чисел  $k$  положительных,  $l$  отрицательных и  $m$  нулей. Сумма набора чисел равна количеству чисел в этом наборе, умноженному на его среднее арифметическое, поэтому  $4k - 8l + 0 \cdot m = -3(k + l + m)$ .

а) Заметим, что в левой части приведённого выше равенства каждое слагаемое делится на 4, поэтому  $k + l + m$  — количество целых чисел — делится на 4. По условию  $40 < k + l + m < 48$ , поэтому  $k + l + m = 44$ . Таким образом, написано 44 числа.

б) Приведём равенство  $4k - 8l = -3(k + l + m)$  к виду  $5l = 7k + 3m$ . Так как  $m \geq 0$ , получаем, что  $5l \geq 7k$ , откуда  $l > k$ . Следовательно, отрицательных чисел больше, чем положительных.

в) Подставим  $k + l + m = 44$  в правую часть равенства  $4k - 8l = -3(k + l + m)$ :  $4k - 8l = -132$ , откуда  $k = 2l - 33$ . Так как  $k + l \leq 44$ , получаем:  $3l - 33 \leq 44$ ,  $3l \leq 77$ ,  $l \leq 25$ ,  $k = 2l - 33 \leq 17$ ; то есть положительных чисел не более 17.

в) Приведём пример, когда положительных чисел ровно 17. Пусть на доске 17 раз написано число 4, 25 раз написано число  $-8$  и два раза написан 0. Тогда  $\frac{4 \cdot 17 - 8 \cdot 25}{44} = -3$ ; указанный набор удовлетворяет всем условиям задачи.

**Ответ:** а) 44; б) отрицательных; в) 17.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение п. а; — обоснованное решение п. б; — искомая оценка в п. в; — в п. в приведён пример, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

«УТВЕРЖДАЮ»

Руководитель  
ФГБНУ «Федеральный институт  
педагогических измерений»



О.А. Решетникова

« 27 » сентября 2013 г.

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель  
Научно-методического совета  
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

*Семенов*  
А.Л. Семенов  
« 30 » октября 2013 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Кодификатор**

требований к уровню подготовки выпускников  
общеобразовательных учреждений для проведения  
единого государственного экзамена  
по математике

подготовлен Федеральным государственным бюджетным  
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Кодификатор  
требований к уровню подготовки выпускников  
общеобразовательных учреждений для проведения  
единого государственного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ**

Кодификатор требований к уровню подготовки по математике выпускников средней (полной) школы составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней (полной) школы (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Кодификатор требований по всем разделам включает в себя требования к уровню подготовки выпускников средней (полной) школы (базовый уровень). В соответствии со стандартом среднего (полного) образования и требованиями к уровню подготовки учащихся в кодификатор требований включаются также знания, необходимые для выработки соответствующих умений.

В первом столбце таблицы указаны коды разделов, на которые разбиты требования к уровню подготовки по математике. Во втором столбце указан код требования, для которого создаются экзаменационные задания. В третьем столбце указаны требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы.

Код раздела	Код контролируемого требования (умения)	Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы
1		<b>Уметь выполнять вычисления и преобразования</b>
	1.1	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
	1.2	Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
	1.3	Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции
2		<b>Уметь решать уравнения и неравенства</b>
	2.1	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы
	2.2	Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
	2.3	Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы

3		<b>Уметь выполнять действия с функциями</b>
	3.1	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций
	3.2	Вычислять производные и первообразные элементарных функций
	3.3	Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции
4		<b>Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами</b>
	4.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
	4.2	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
	4.3	Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами
5		<b>Уметь строить и исследовать простейшие математические модели</b>
	5.1	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
	5.2	Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
	5.3	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения
	5.4	Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий
6		<b>Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни</b>
	6.1	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах
	6.2	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
	6.3	Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения

«УТВЕРЖДАЮ»

Руководитель  
ФГБНУ «Федеральный институт  
педагогических измерений»



О.А. Решетникова

« 01 » октября 2013 г.

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель  
Научно-методического совета  
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

*Семенов*  
А.Л. Семенов  
« 30 » октября 2013 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Кодификатор**  
элементов содержания по МАТЕМАТИКЕ  
для составления контрольных измерительных материалов для  
проведения  
единого государственного экзамена

подготовлен Федеральным государственным бюджетным  
научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Кодификатор**  
элементов содержания по МАТЕМАТИКЕ  
для составления контрольных измерительных материалов  
для проведения  
единого государственного экзамена

Кодификатор элементов содержания по математике составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней (полной) школы (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

Кодификатор элементов содержания по всем разделам включает в себя элементы содержания за курс средней (полной) школы (базовый уровень) и необходимые элементы содержания за курс основной школы.

В первом столбце таблицы указаны коды разделов и тем. Во втором столбце указан код содержания раздела (темы), для которого создаются проверочные задания.

Код раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы
<b>1</b>		<b>Алгебра</b>
1.1		<i>Числа, корни и степени</i>
	1.1.1	Целые числа
	1.1.2	Степень с натуральным показателем
	1.1.3	Дроби, проценты, рациональные числа
	1.1.4	Степень с целым показателем
	1.1.5	Корень степени $n > 1$ и его свойства
	1.1.6	Степень с рациональным показателем и ее свойства
	1.1.7	Свойства степени с действительным показателем
1.2		<i>Основы тригонометрии</i>
	1.2.1	Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
	1.2.2	Радианная мера угла
	1.2.3	Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
	1.2.4	Основные тригонометрические тождества
	1.2.5	Формулы приведения
	1.2.6	Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
	1.2.7	Синус и косинус двойного угла
1.3		<i>Логарифмы</i>
	1.3.1	Логарифм числа
	1.3.2	Логарифм произведения, частного, степени
	1.3.3	Десятичный и натуральный логарифмы, число $e$
1.4		<i>Преобразования выражений</i>
	1.4.1	Преобразования выражений, включающих арифметические операции

	1.4.2	Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
	1.4.3	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
	1.4.4	Преобразования тригонометрических выражений
	1.4.5	Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
	1.4.6	Модуль (абсолютная величина) числа
<b>2</b>		<b>Уравнения и неравенства</b>
2.1		<i>Уравнения</i>
	2.1.1	Квадратные уравнения
	2.1.2	Рациональные уравнения
	2.1.3	Иррациональные уравнения
	2.1.4	Тригонометрические уравнения
	2.1.5	Показательные уравнения
	2.1.6	Логарифмические уравнения
	2.1.7	Равносильность уравнений, систем уравнений
	2.1.8	Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
	2.1.9	Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
	2.1.10	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
	2.1.11	Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
	2.1.12	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений
2.2		<i>Неравенства</i>
	2.2.1	Квадратные неравенства
	2.2.2	Рациональные неравенства
	2.2.3	Показательные неравенства
	2.2.4	Логарифмические неравенства
	2.2.5	Системы линейных неравенств
	2.2.6	Системы неравенств с одной переменной
	2.2.7	Равносильность неравенств, систем неравенств
	2.2.8	Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
	2.2.9	Метод интервалов
	2.2.10	Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем
<b>3</b>		<b>Функции</b>
3.1		<i>Определение и график функции</i>
	3.1.1	Функция, область определения функции
	3.1.2	Множество значений функции
	3.1.3	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
	3.1.4	Обратная функция. График обратной функции

	3.1.5	Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат
3.2		<i>Элементарное исследование функций</i>
	3.2.1	Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания
	3.2.2	Четность и нечетность функции
	3.2.3	Периодичность функции
	3.2.4	Ограниченность функции
	3.2.5	Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
	3.2.6	Наибольшее и наименьшее значения функции
3.3		<i>Основные элементарные функции</i>
	3.3.1	Линейная функция, ее график
	3.3.2	Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график
	3.3.3	Квадратичная функция, ее график
	3.3.4	Степенная функция с натуральным показателем, ее график
	3.3.5	Тригонометрические функции, их графики
	3.3.6	Показательная функция, ее график
	3.3.7	Логарифмическая функция, ее график
<b>4</b>		<b>Начала математического анализа</b>
4.1		<i>Производная</i>
	4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
	4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
	4.1.3	Уравнение касательной к графику функции
	4.1.4	Производные суммы, разности, произведения, частного
	4.1.5	Производные основных элементарных функций
	4.1.6	Вторая производная и ее физический смысл
4.2		<i>Исследование функций</i>
	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков
	4.2.2	Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
4.3		<i>Первообразная и интеграл</i>
	4.3.1	Первообразные элементарных функций
	4.3.2	Примеры применения интеграла в физике и геометрии
<b>5</b>		<b>Геометрия</b>
5.1		<i>Планиметрия</i>
	5.1.1	Треугольник
	5.1.2	Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
	5.1.3	Трапеция
	5.1.4	Окружность и круг
	5.1.5	Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
	5.1.6	Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

	5.1.7	Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника
5.2		<i>Прямые и плоскости в пространстве</i>
	5.2.1	Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
	5.2.2	Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
	5.2.3	Параллельность плоскостей, признаки и свойства
	5.2.4	Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах
	5.2.5	Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
	5.2.6	Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур
5.3		<i>Многогранники</i>
	5.3.1	Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
	5.3.2	Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
	5.3.3	Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
	5.3.4	Сечения куба, призмы, пирамиды
	5.3.5	Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)
5.4		<i>Тела и поверхности вращения</i>
	5.4.1	Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
	5.4.2	Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
	5.4.3	Шар и сфера, их сечения
5.5		<i>Измерение геометрических величин</i>
	5.5.1	Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
	5.5.2	Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью; угол между плоскостями
	5.5.3	Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
	5.5.4	Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями
	5.5.5	Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
	5.5.6	Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
5.5.7	Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара	
5.6		<i>Координаты и векторы</i>
	5.6.1	Декартовы координаты на плоскости и в пространстве
	5.6.2	Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы

	5.6.3	Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число
	5.6.4	Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
	5.6.5	Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам
	5.6.6	Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами
<b>6</b>		<b>Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</b>
6.1		<i>Элементы комбинаторики</i>
	6.1.1	Поочередный и одновременный выбор
	6.1.2	Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона
6.2		<i>Элементы статистики</i>
	6.2.1	Табличное и графическое представление данных
	6.2.2	Числовые характеристики рядов данных
6.3		<i>Элементы теории вероятностей</i>
	6.3.1	Вероятности событий
	6.3.2	Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

«УТВЕРЖДАЮ»

Руководитель  
ФГБНУ «Федеральный институт  
педагогических измерений»



О.А. Решетникова  
«31» октября 2013 г.

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель  
Научно-методического совета  
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

А.Л. Семенов  
«30» октября 2013 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Спецификация**

контрольных измерительных материалов  
для проведения в 2014 году  
единого государственного экзамена  
по математике

Подготовлена Федеральным государственным бюджетным научным  
учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Спецификация  
контрольных измерительных материалов  
для проведения в 2014 году единого государственного экзамена  
по МАТЕМАТИКЕ**

**1. Назначение контрольных измерительных материалов**

Контрольные измерительные материалы (КИМ) позволяют установить уровень освоения выпускниками федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

Результаты Единого государственного экзамена по математике признаются общеобразовательными учреждениями, в которых реализуются образовательные программы среднего (полного) общего образования, как результаты государственной (итоговой) аттестации, а образовательными учреждениями среднего профессионального образования и образовательными учреждениями высшего профессионального образования как результаты вступительных испытаний по математике.

**2. Документы, определяющие содержание контрольных измерительных материалов**

Содержание экзаменационной работы определяется на основе федерального компонента государственного стандарта основного общего и среднего (полного) общего образования (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

**3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры контрольных измерительных материалов**

Представленная модель экзаменационной работы по математике (кодификаторы элементов содержания и требований для составления контрольных измерительных материалов, демонстрационный вариант, система оценивания экзаменационной работы) предназначена для использования в качестве комплекта нормативных документов, регламентирующих разработку контрольных измерительных материалов ЕГЭ по математике в 2014 г.

По сравнению с моделью 2013 г. имеются изменения. Работа в 2014 г. состоит из двух частей и содержит 21 задание. Сохраняется преемственность в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий. С целью оптимизации структуры варианта и с учётом опыта ЕГЭ 2012 г. и 2013 г. произведена перестановка некоторых заданий с кратким ответом. Добавлено одно задание с кратким ответом базового уровня сложности, предназначенное для проверки навыков практического применения математики.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) с кратким числовым ответом, проверяющих наличие практических математических знаний и умений базового уровня.

Часть 2 содержит 11 заданий по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки. Из них: пять заданий (задания В11–В15) с кратким ответом и шесть заданий (задания С1–С6) с развёрнутым ответом.

В соответствии с действующими нормативными документами результат выполнения экзаменационной работы не влияет на аттестационную отметку выпускника. По результатам ЕГЭ устанавливается только минимальный балл, достижение которого необходимо для получения аттестата о среднем (полном) общем образовании. В этих условиях выполнение заданий части 1 экзаменационной работы (задания В1–В10) свидетельствует о наличии у участника экзамена общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В часть 1 работы включены задания базового уровня по всем основным разделам предметных требований ФГОС (геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика).

В целях более эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки выпускников задания части 2 работы предназначены для проверки знаний на том уровне требований, которые традиционно предъявляются вузами с профильным экзаменом по математике. Последние два задания части 2 предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

Сохранена успешно зарекомендовавшая себя в 2010–2013 гг. система оценивания заданий с развёрнутым ответом. Эта система, продолжившая традиции выпускных и вступительных экзаменов по математике, основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы и записи развёрнутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочёты по сравнению с «эталонным» решением.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

Настоящая модель экзаменационной работы разработана в следующих предположениях.

1. Варианты ЕГЭ могут формироваться на основе и с использованием открытого банка математических заданий, доступного школьникам, учителям и родителям.

2. Допускается проведение экзамена как по полному тексту работы для проверки освоения математики на базовом и профильном уровнях, так и только по части 1 для проверки освоения только базового уровня.

Экзаменационные задания разрабатываются на основе федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования. Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенным в Федеральный перечень.

#### 4. Структура контрольных измерительных материалов

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий. Определяющим признаком каждой части работы является форма заданий:

– часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) с кратким ответом базового уровня сложности;

– часть 2 содержит пять заданий (задания В11–В15) с кратким ответом базового уровня и шесть заданий (задания С1–С6) с развёрнутым ответом базового, повышенного и высокого уровней сложности.

Задания с кратким ответом В1–В15 экзаменационной работы предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных учреждений, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Задание с кратким ответом считается выполненным, если верный ответ зафиксирован в бланке ответов № 1 в той форме, которая предусмотрена инструкцией по выполнению задания. Ответом на задания В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь.

Задания С1–С6 с развёрнутым ответом, в числе которых четыре задания повышенного и два задания высокого уровня сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов.

При выполнении заданий с развёрнутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должно быть записано полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

В таблице 1 приведена структура экзаменационной работы.

Таблица 1

**Структура варианта контрольных измерительных материалов 2014 г.**

	Часть 1	Часть 2
	10	11
<b>Тип заданий и форма ответа</b>	<b>В1–В10</b> с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби	<b>В11–В15</b> с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби <b>С1–С6</b> с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий)
<b>Назначение</b>	Проверка освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях	Проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне
<b>Уровень сложности</b>	<b>Базовый</b>	<b>Базовый, повышенный и высокий</b>
<b>Проверяемый учебный материал курсов математики</b>	1. Математика 5–6-х классов 2. Алгебра 7–9-х классов 3. Алгебра и начала анализа 10–11-х классов 4. Теория вероятностей и статистика 7–9-х классов 5. Геометрия 7–11-х классов	1. Алгебра 7–9-х классов 2. Алгебра и начала анализа 10–11-х классов 3. Геометрия 7–11-х классов

**5. Распределение заданий варианта контрольных измерительных материалов по содержанию, проверяемым умениям и видам деятельности**

В таблице 2 показано распределение заданий экзаменационной работы по содержательным блокам курса математики.

Таблица 2

**Распределение заданий по содержательным блокам учебного предмета**

Содержательные блоки по кодификатору КЭС	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного блока содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 33
Алгебра	5	8	24,2%
Уравнения и неравенства	5	11	33,3%
Функции	2	2	6,1%
Начала математического анализа	2	2	6,1%
Геометрия	6	9	27,3%
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	1	1	3,0%
<b>Итого</b>	<b>21</b>	<b>33</b>	<b>100%</b>

Содержание и структура экзаменационной работы дают возможность достаточно полно проверить комплекс умений по предмету:

- уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице 3 представлено распределение заданий в варианте контрольных измерительных материалов по проверяемым умениям и видам деятельности.

Таблица 3

**Распределение заданий по проверяемым умениям и видам деятельности**

Проверяемые умения и виды деятельности (по кодификатору КТ)	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного вида учебной деятельности от максимального первичного балла за всю работу, равного 33
Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	5	5	15,2%
Уметь выполнять вычисления и преобразования	1	1	3,0%
Уметь решать уравнения и неравенства	4	10	30,3%
Уметь выполнять действия с функциями	2	2	6,1%
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	6	9	27,3%
Уметь строить и исследовать математические модели	3	6	18,2%
<b>Итого</b>	<b>21</b>	<b>33</b>	<b>100%</b>

**6. Распределение заданий варианта контрольных измерительных материалов работы по уровням сложности**

Часть 1 содержит 10 заданий базового уровня (задания В1–В10). Часть 2 содержит пять заданий базового уровня (задания В11–В15), четыре задания повышенного уровня (задания С1–С4) и два задания высокого уровня сложности (задания С5, С6).

В таблице 4 представлено распределение заданий варианта контрольных измерительных материалов по уровням сложности.

Таблица 4

**Распределение заданий по уровню сложности**

Уровень сложности заданий	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу, равного 33
Базовый	15	15	45,5%
Повышенный	4	10	30,3%
Высокий	2	8	24,2%
<b>Итого</b>	<b>21</b>	<b>33</b>	<b>100%</b>

### 7. Продолжительность ЕГЭ по математике

На выполнение экзаменационной работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

### 8. Дополнительные материалы и оборудование

Перечень дополнительных устройств и материалов, пользование которыми разрешено на ЕГЭ, утверждается приказом Минобрнауки РФ. Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

### 9. Система оценивания заданий варианта контрольных измерительных материалов

Правильное решение каждого из заданий В1–В15 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развёрнутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий С1 и С2 оценивается 2 баллами, каждого из заданий С3 и С4 – 3 баллами, каждого из заданий С5 и С6 – 4 баллами.

Проверка выполнения заданий С1–С6 проводится экспертами на основе специально разработанной системы критериев.

Максимальный первичный балл за всю работу – 33. Первичные баллы переводятся в итоговые по 100-балльной шкале и фиксируются в свидетельстве о результатах ЕГЭ. В свидетельство выставляются результаты ЕГЭ по математике при условии, если выпускник набрал количество итоговых баллов не ниже минимального, установленного распоряжением Рособрнадзора.

### 10. План варианта контрольных измерительных материалов 2014 года

Содержание экзаменационной работы по математике отражено в обобщённом плане варианта КИМ, который дан в приложении 1.

На основе обобщённого плана экзаменационной работы формируются планы для составления отдельных экзаменационных КИМ.

### 11. Изменения в структуре и содержании вариантов контрольных измерительных материалов 2014 года по сравнению с 2013 годом

1. Добавлено задание базового уровня сложности (код 2.1.12 по КЭС, код 6.1. по КТ) с кратким ответом, проверяющее практические навыки применения математики в повседневной жизни.

2. Изменён порядок заданий в экзаменационной работе (задание по теории вероятностей перенесено на позицию 6, задания по геометрии перенесены на позиции 5, 8, 10, 13). Полностью порядок заданий в модели 2014 г. отражён в обобщённом плане варианта КИМ (см. приложение 1).

3. Без изменения сложности расширена тематика заданий С1, С3, С5, С6.

4. Без изменения сложности расширена тематика задания С4 – в этом задании может присутствовать пункт на доказательство геометрического факта.

Приложение 1

**Обобщенный план варианта КИМ ЕГЭ 2014 г. по МАТЕМАТИКЕ**

Обозначение заданий в работе и бланке ответов: В – задания с кратким ответом, С – задания с развёрнутым ответом.

Уровни сложности заданий: Б – базовый, П – повышенный, В – высокий.

№ п/п	Обозначение задания в работе	Проверяемые требования (умения)	Коды проверяемых требований (умений) (по КТ)	Коды проверяемых элементов содержания (по КЭС)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания учащимся, изучавшим математику на базовом уровне, в минутах	Примерное время выполнения задания учащимся, изучавшим математику на профильном уровне, в минутах
1	В1	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1	2.1.12	Б	1	5	2
2	В2	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1	1.1.1, 1.1.3, 2.1.12	Б	1	5	2
3	В3	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	3.1, 6.2	3.1–3.3, 6.2.1	Б	1	5	2
4	В4	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1–6.3	1.4.1, 2.1.12, 6.2.1	Б	1	15	6
5	В5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1, 1.2, 1.3	1.1, 1.2, 1.4, 5.1.1, 5.5.1–5.5.5	Б	1	5	2
6	В6	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.4	6.3	Б	1	5	3
7	В7	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1	2.1	Б	1	5	3
8	В8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1, 5.2	5.1.1–5.1.4, 5.5.1–5.5.5	Б	1	8	3

9	В9	Уметь выполнять действия с функциями	3.1–3.3	4.1–4.3	Б	1	10	3
10	В10	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2	5.2–5.5	Б	1	15	4
11	В11	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.1–1.3	1.1–1.4	Б	1	8	3
12	В12	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.2, 6.3	2.1, 2.2	Б	1	20	7
13	В13	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2	5.2–5.5	Б	1	10	7
14	В14	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1	2.1, 2.2	Б	1	22	8
15	В15	Уметь выполнять действия с функциями	3.2, 3.3	4.1, 4.2	Б	1	20	10
16	С1	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3	2.1, 2.2	П	2	30	15
17	С2	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2, 4.3	5.2–5.6	П	2	40	25
18	С3	Уметь решать уравнения и неравенства	2.3	2.1, 2.2	П	3	–	30
19	С4	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1	5.1	П	3	–	30
20	С5	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3	2.1, 2.2, 3.2, 3.3	В	4	–	30
21	С6	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1, 5.3	1.1–1.4	В	4	–	35

Всего заданий – 21, из них по типу заданий: В – 15, С – 6;  
по уровню сложности: Б – 15, П – 4, В – 2.  
Максимальный первичный балл за всю работу – 33.  
Общее время выполнения работы – 235 минут.